

# MODEL OPTIMAL SISTEM TRANSPORTASI ANGKUTAN KOTA

PRAPTO TRI SUPRIYO

Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Pertanian Bogor  
Jl Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680 Indonesia

**ABSTRAK.** Sistem transportasi perkotaan yang optimal sangat bergantung dengan upaya menyelesaikan masalah penjadwalan armada angkutan kotanya. Hal ini memiliki beberapa masalah khusus. Salah satu masalah tersebut adalah pengaturan perhentian untuk rute bercabang sedemikian sehingga memberikan kelancaran operasi penggabungan dengan jumlah armada minimum. Masalah penentuan perhentian sedemikian sehingga meminimumkan jumlah armada untuk pengoperasian rute bercabang diperlihatkan analog dengan masalah inventori atau antrian deterministik sederhana. Jumlah armada minimum yang diperlukan untuk mengoperasikan rute semacam ini diperlihatkan sama dengan daur kendaraan rata-rata dibagi dengan *headway* utama.

**Katakunci:** *headway*, fungsi defisit.

## 1. PENDAHULUAN

Masalah yang ditimbulkan oleh pertumbuhan lalu-lintas jalan di Indonesia, khususnya di kota-kota besar, dewasa ini merupakan suatu hal yang sangat akut dan perlu mendapat perhatian dan penanganan secepatnya. Dari segi komunitas, masalah ini sungguh mempunyai pengaruh sosial yang kuat, sementara bagi matematikawan masalah ini menimbulkan suatu tantangan untuk menerapkan metode, yang secara teoritis meliputi berbagai teknik yang luas.

Salah satu akibat pertumbuhan lalu-lintas jalan yang tidak terkendali adalah timbulnya kemacetan arus lalu-lintas yang pada akhirnya berdampak sosial ekonomi. Sistem transportasi dan penjadwalan armada kendaraan umum

yang tidak tertata dengan baik akan mempunyai andil yang besar di dalam menimbulkan kemacetan arus lalu-lintas ini.

Kalau kita amati dalam tahun-tahun terakhir ini nampak ada kecenderungan peningkatan jumlah angkutan kota yang tidak diikuti dengan peningkatan sarana dan prasarananya, misalnya saja pertambahan volume jalan yang tidak seimbang dengan pertambahan kendaraan. Selain dari pada itu peningkatan jumlah angkutan kota ini tidak pula disertai dengan sistem penjadwalan yang baik, sehingga nampak bahwa jumlah angkutan kota yang dioperasikan sudah tidak efisien lagi.

Oleh karena itu untuk mengurangi kemacetan arus lalu-lintas tersebut diperlukan suatu sistem penjadwalan armada angkutan kota yang baik dan efisien.

## **2. PENDEKATAN MASALAH**

Pada umumnya kepadatan penumpang semakin berkurang dengan semakin dekatnya akhir dari suatu rute angkutan kota, sehingga diperlukan frekuensi pelayanan yang lebih sedikit. Namun di lain pihak kita menginginkan cakupan yang lebih luas, sehingga memperpendek jarak bagi penumpang untuk berjalan kaki mencapai tujuannya. Untuk keperluan ini rute kita bagi dalam beberapa cabang. Cabang dapat dikatakan mulai dari suatu terminal cabang, dimana angkutan berputar dan berhenti sejenak, dan berakhir di suatu titik gabung, yang merupakan titik awal bergabungnya angkutan yang melewati ruas jalan utama yang sama. Cabang dapat diartikan pula mulai dari titik cabang, yang merupakan titik bercabangnya angkutan yang melewati ruas jalan utama yang sama dan berakhir di terminal cabang. Sehingga dengan demikian secara umum dapat dikatakan bahwa beberapa rute angkutan kota yang berbeda dapat melalui beberapa ruas jalan utama yang sama, yang selanjutnya masing-masing akan bercabang sesuai dengan rute cabangnya masing-masing.

Dengan memperhatikan kenyataan di atas kita memerlukan suatu jadwal rute yang efisien, dalam arti banyaknya kendaraan yang diperlukan seminimum mungkin untuk memberikan pelayanan dalam rute tersebut. Hal ini dipengaruhi oleh bagaimana cara menyelesaikan masalah penjadwalannya.

Waktu perjalanan dari titik cabang ke titik gabung, termasuk di dalamnya perhentian di terminal cabang disebut daur cabang. Daur cabang sedikitnya mencakup waktu perjalanan dan perhentian di terminal cabang yang diperlukan sebagai waktu istirahat atau untuk mengurangi variasi waktu perjalanan.

Penjadwalan rute-rute (bercabang maupun tidak) angkutan kota mempunyai beberapa masalah khusus. Dalam tulisan ini kita asumsikan bahwa selisih waktu dua angkutan kota berturutan ditentukan pada bagian utama rute, yaitu mulai dari titik gabung sampai dengan titik cabang. Pada bagian utama rute ini bisa saja ada terminal utama. Untuk kasus-kasus tertentu, terminal utama bisa saja tidak ada, sehingga bagian utama rute dipandang mulai dari titik gabung menyusuri beberapa ruas jalan dan kemudian ke titik cabang yang mungkin juga merupakan awal titik gabung.

Daur cabang tentu saja akan jarang yang sama untuk masing-masing cabang, sehingga kendaraan akan tiba kembali di titik gabung pada selang tak-teratur jika tidak diberikan tambahan waktu ekstra perhentian pada terminal-terminal cabang. Efisiensi armada angkutan kota berkaitan erat dengan banyaknya kendaraan yang diperlukan untuk memberikan suatu frekuensi pelayanan yang ditentukan pada bagian utama rute. Hal ini dipengaruhi oleh bagaimana cara menyelesaikan masalah penjadwalan rute semacam ini.

Selisih waktu dua angkutan kota berturutan (*headway*) pada suatu rute seringkali disebut sebagai kebijakan *headways*. Kebijakan *headways* semacam ini cenderung seragam sepanjang periode waktu yang lama. Akibatnya rute semacam ini cenderung mencapai operasi status-mantap (*steady-state*) yang memerlukan jumlah armada yang konstan [2].

Suatu karakteristik selanjutnya dari tipe rute ini adalah kita anggap bahwa bagian utama rute cenderung mendominasi masalah penjadwalan. Bagian utama cenderung lebih panjang dibanding cabang-cabangnya, sehingga frekuensi pelayanan pada bagian utama merupakan perhatian utama dalam menentukan *headways*.

Tulisan ini bertujuan memberikan suatu metode matematik sederhana untuk mengidentifikasi penyelesaian optimum pada masalah penjadwalan dan penentuan jumlah armada untuk rute yang digambarkan di atas.

### 3. JADWAL RUTE YANG EFISIEN

Pandang masalah menentukan jumlah armada minimum untuk rute-rute dengan *headways* seragam yang telah ditentukan pada bagian utama dan *headways* seragam atau tak-seragam pada cabang-cabangnya.

Dalam menggambarkan jadwal semacam ini, kita gunakan *headways* pada bagian utama sebagai basis waktu. Jadwal semacam ini dapat pula dikatakan mempunyai suatu periode, yang didefinisikan sebagai selang waktu yang meliputi pola ulang keberangkatan dari titik gabung sampai dengan titik cabang. Suatu hal yang perlu mendapat perhatian adalah waktu suatu peristiwa (katakan suatu kendaraan tiba di titik gabung) terjadi relatif terhadap awal suatu periode jadwal yang telah ditentukan. Dalam kasus dimana *headway* cabang dan bagian utama telah ditentukan, masalah meminimumkan jumlah armada ekuivalen dengan masalah meminimumkan total waktu daur yang juga ekuivalen dengan meminimumkan perhentian. Selanjutnya kita asumsikan bahwa ada suatu perhentian minimum, yang terdiri dari waktu minimum yang diperlukan untuk istirahat dan waktu yang diperlukan untuk mengurangi variasi waktu perjalanan, yang kesemuanya telah ditentukan.

Masalah meminimumkan jumlah armada diperlukan untuk mengoperasikan rute, maka meminimumkan waktu total perhentian diperlukan untuk memberikan status-mantap keberangkatan kendaraan pada laju yang telah ditentukan dan kelancaran penggabungan jadwal di titik gabung.

Dengan kata lain kita menentukan jumlah minimum dari *slack* jadwal yang diperlukan untuk memberikan kelancaran operasi penggabungan dan

status-mantap pada bagian utama dan cabang-cabang pada *headway* yang sudah ditentukan. Penyelesaian masalah ini dapat dinyatakan dengan memandang waktu-waktu kedatangan (yang mungkin) terawal dan waktu-waktu keberangkatan (yang mungkin) terawal dan terakhir untuk kendaraan-kendaraan di suatu titik pada bagian utama rute. Selanjutnya kita akan menggunakan titik gabung sebagai titik referensi (sebagai catatan bahwa setiap titik pada bagian utama dapat digunakan sebagai referensi). Dalam operasi sesungguhnya kendaraan melewati titik referensi ini tanpa berhenti, karena setiap *slack* yang diperlukan untuk operasi penggabungan dan status-mantap ditambahkan pada perhentian di terminal-terminal rute. Waktu kedatangan terawal di titik referensi bisa berbeda dengan waktu keberangkatan terawal dan terakhir, karena bagaimanapun juga, dalam kasus ini, *slack* dinyatakan terjadi di titik-titik ini. Akhirnya kita mempunyai suatu masalah inventori atau antrian dimana fungsi kedatangan terdiri waktu-waktu kedatangan terawal di titik gabung, dengan fungsi obyektif meminimumkan *delay* antrian atau inventori, dan dengan kendala bahwa harus tersedia suatu kendaraan pada setiap waktu keberangkatan yang dijadwalkan. Mengenai teori antrian dan inventori lebih lanjut dapat dilihat di dalam referensi [6].

#### 4. PENENTUAN JUMLAH ARMADA

Kita definisikan daur kendaraan dari kendaraan  $i$  sebagai waktu yang dibutuhkan kendaraan tersebut untuk melewati rute (termasuk cabang) yang diberikan, berawal dari suatu titik referensi pada rute dan kembali lagi ke titik referensi tersebut. Waktu ini termasuk semua perhentian, dan juga waktu yang diperlukan untuk memperoleh penggabungan yang lancar.

Untuk rute status-mantap seperti yang telah dibicarakan di muka, jumlah armada akan stabil selama periode blok jadwal, yang didefinisikan sebagai perluasan periode waktu selama *headways* dan urutan penugasan cabang tidak berubah. Perlu dicatat bahwa masing-masing periode jadwal memuat satu himpunan lengkap dari daur-daur kendaraan. Akibatnya, daur kendaraan rata-rata untuk setiap periode jadwal adalah juga rata-rata untuk blok jadwal seluruhnya.

Banyaknya kendaraan yang diperlukan untuk dioperasikan pada suatu jadwal yang diberikan dapat ditentukan dengan mengevaluasi fungsi defisit (*deficit function*) pada jadwal tersebut [3]. Fungsi defisit adalah suatu fungsi dimana untuk suatu terminal rute yang diberikan, nilai fungsi pada suatu waktu  $t$  diberikan sebagai nilai keberangkatan kumulatif dikurangi kedatangan kumulatif.

Misalkan unit waktunya adalah *headway* utama, dan terminal rute yang akan digunakan untuk mengevaluasi fungsi defisit, adalah titik gabung. Karena masing-masing kendaraan harus tiba kembali di titik gabung beberapa waktu kemudian (yang merupakan bilangan kelipatan bulat dari *headway* utama) setelah diberangkatkan, untuk menjaga operasi status-mantap, maka hal ini memperlihatkan bahwa dalam sembarang jadwal status-mantap semua daur kendaraan harus merupakan kelipatan bulat dari *headway* utama. Masing-

masing periode jadwal dengan durasi  $Mh$  dapat dipikirkan terdiri dari  $M$  posisi yang masing-masing dipisahkan oleh satu *headway* utama dengan durasi  $h$ . Masing-masing daur kendaraan dalam suatu periode jadwal yang diberikan dapat dinyatakan sebagai

$$\theta_i = k_i M \quad (1)$$

dimana:

- $\theta_i$ : daur kendaraan dimana pada saat berangkat dari titik referensi, kendaraan tersebut dalam posisi  $i$  dari suatu periode jadwal
- $k_i$ : banyaknya periode jadwal lengkap yang harus ditempuh kendaraan berposisi  $i$  untuk menjalani satu waktu daur
- $M$ : durasi dari periode jadwal dalam satuan *headway* utama.

Sekarang didefinisikan  $K$  sedemikian sehingga

$$KM > \theta_i \quad (i = 1, 2, \dots, M)$$

Sedemikian sehingga dengan waktu  $KM$  paling sedikit satu kendaraan akan kembali pada masing-masing posisi jadwal  $i$  pada titik referensi. Karena kejadian di dalam periode jadwal berulang terus menerus pada blok jadwal, maka suatu kendaraan harus kembali dalam setiap posisi dari suatu periode berikutnya, dan pengoperasian rute telah mencapai status-mantap pada waktu  $KM$ . Sehingga, jika kita mengevaluasi fungsi defisit pada waktu  $KM$ , hasilnya adalah jumlah armada minimum yang diperlukan untuk mengoperasikan rute pada status-mantap.

Banyaknya keberangkatan dari titik referensi sampai dengan sesaat sebelum waktu  $KM$  adalah  $KM$ . Sementara, suatu kendaraan berposisi  $i$  yang berangkat dari titik referensi pada waktu  $j$ , akan kembali pada waktu

$$j + \theta_i = j + k_i M \quad (2)$$

Kendaraan yang berangkat dalam posisi  $i$  dari suatu periode-periode jadwal sebelumnya, akan kembali pada waktu-waktu  $j + k_i M, j + (k_i + 1)M, \dots, j + (K - 1)M$ . Sehingga dari sini dapat diturunkan bahwa banyaknya kendaraan yang berangkat pada waktu-waktu  $j, j + M, \dots$  dan kembali sebelum waktu  $KM$  adalah  $K - k_i$  untuk masing-masing posisi jadwal  $i$ , dan total banyaknya kendaraan yang tiba sampai dengan sesaat sebelum waktu  $KM$  adalah

$$\sum_{i=1}^M (K - k_i) = MK - \sum_{i=1}^M k_i \quad (3)$$

Nilai fungsi defisit pada waktu  $KM$  yang merupakan banyaknya kendaraan minimum  $N$  yang diperlukan untuk mengoperasikan rute adalah

$$N = KM - [MK - \sum_{i=1}^M k_i] = \sum_{i=1}^M k_i \quad (4)$$

Dari persamaan (1) diperoleh

$$k_i = \frac{\theta_i}{M} \quad (5)$$

Sehingga persamaan (4) menjadi

$$N = \frac{\sum_{i=1}^M \theta_i}{M} \quad (6)$$

Dengan kata lain, jumlah armada minimum  $N$  yang diperlukan untuk mengoperasikan rute pada status-mantap adalah waktu daur rataa, dimana daur dinyatakan dalam *headway* utama, atau jika daur dinyatakan dalam satuan waktu,  $N$  adalah daur rataa dibagi *headway* utama.

## 5. KESIMPULAN

Dari pembahasan di atas dapat diambil suatu kesimpulan sebagai berikut:

1. Tulisan ini mengemukakan suatu pendekatan matematik sederhana masalah penjadwalan armada kendaraan yang efisien untuk rute bercabang. Rute tak-bercabang merupakan kejadian khusus yang dapat diturunkan dari rute bercabang.
2. Masalah menentukan himpunan perhentian sedemikian sehingga meminimumkan jumlah armada untuk mengoperasikan suatu rute bercabang pada status-mantap, analog dengan suatu masalah inventori atau antrian deterministik sederhana.
3. Jumlah armada yang diperlukan untuk mengoperasikan rute bercabang ini sama dengan daur kendaraan rataa dibagi dengan *headway* utama.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Andrews, J.G. & McIone, R.R., *Mathematical Modelling*, Butterwoth & Co. Ltd., London, 1976.
2. Banks, J.H., *Efficient Schedule Merging for Transit Branch Routes*, Journal of Advanced Transportation, Vol. 23, No. 2 & 3, 1989, pp 203-216.
3. Ceder, A. & Stern, H.I., *Deficit Function Bus Scheduling with Deadheading Trip Insertions for Fleet Size Reduction*, Transportation Science, Vol.15, 1981, pp 335-363.
4. Lucas, W.F., et al., *Discrete and System Models*, Springer-Verlag New York Inc., NewYork, 1983.
5. Murthy, D.N.P., et al., *Mathematical Modelling: A Tool for Problem Solving in Engineering, Physical, Biological, and Social Sciences*, Pergamon Press, Oxford, 1990.
6. Winston, W.L., *Operation Research Applications and Algorithms*, Brooks/Cole, Canada, 2004.